

Sobre o Autor

Joaquim Silva Gomes nasceu em V.N. de Gaia a 10 de Janeiro de 1948. Licenciou-se em Engenharia Mecânica pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP) em 1971 e doutorou-se pelo UMIST (UK) em Outubro de 1977. Fez toda a sua carreira docente, de investigação e de consultadoria industrial no Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial da FEUP (DEMEGI), onde é Professor Catedrático desde Janeiro de 1989. Fez parte do Conselho Directivo da FEUP, foi director do DEMEGI e Presidente do Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial (INEGI) durante vários anos. Publicou mais de uma centena de artigos científicos e organizou mais de quarenta seminários, conferências e congressos nacionais e internacionais. Para além do presente livro, publicou um outro sobre *Mecânica dos Sólidos e Resistência dos Materiais*. É membro da Ordem dos Engenheiros e actualmente desempenha as funções de director científico da Unidade de Investigação em Mecânica Experimental e Novos Materiais do INEGI. É casado, tem três filhos e duas netas.

J.F. SILVA GOMES

ANÁLISE DE TENSÕES EM PLACAS, CASCAS E RESERVATÓRIOS

Sobre o Livro

Placas e Cascas são elementos estruturais de utilização frequente nas mais diversas áreas tecnológicas de engenharia civil, mecânica, química, naval, aeronáutica e aeroespacial. Pelas suas propriedades intrínsecas de leveza e resistência, são utilizadas na construção de pontes, coberturas de pavilhões industriais e grandes superfícies, aeronaves, veículos aeroespaciais e muitos outros tipos de equipamentos onde o reduzido peso da estrutura é essencial.

O livro está escrito numa forma simples e acessível, apresentando as matérias numa sequência natural, partindo dos conceitos básicos mais rigorosos e evoluindo depois para aproximações simplificativas mais facilmente manuseáveis, sempre que as dificuldades no tratamento analítico das equações resultantes o imponham.

Pode servir de referência às aulas de cursos mais ou menos avançados de resistência dos materiais e mecânica estrutural nas diversas especialidades de engenharia. Poderá também servir de apoio aos investigadores e engenheiros em aplicações no âmbito das suas actividades do dia a dia. Tanto quanto é do conhecimento do autor, este é o primeiro livro publicado em língua portuguesa sobre a matéria.



ANÁLISE DE TENSÕES EM
PLACAS, CASCAS E RESERVATÓRIOS

J.F. SILVA GOMES



ISBN: 978-972-8826-13-0

EDIÇÕES
INEGI

EDIÇÕES INEGI

Análise de Tensões em Placas, Cascas e Reservatórios

J.F. Silva Gomes

Professor Catedrático

Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

Edições INEGI

Porto, 2007

Edição e Distribuição
INEGI-Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
Rua do Barroco, N°174, 4465-591 Leça do Balio-Portugal
Tel: +351 22 957 87 10 – E-mail: inegi@inegi.up.pt
www.inegi.up.pt

ISBN: 978-972-8826-13-0
Depósito Legal: 259496/07
Execução Gráfica: Claret-Companhia Gráfica do Norte
Rua Venceslau Ramos, s/n – 4430-929 Avintes, Portugal
Tel: +351 22 787 73 20 ; Tel: +351 22 787 73 29

Reservados todos os direitos de harmonia com a lei.
Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, guardada pelo sistema "retrieval" ou transmitida por qualquer meio, seja electrónico, mecânico, gravação ou outros, sem autorização prévia por escrito do autor.

PREFÁCIO

Placas e Cascas são elementos estruturais de utilização frequente nas mais diversas áreas tecnológicas da engenharia civil, mecânica, química, naval, aeronáutica e aeroespacial. Pelas suas propriedades intrínsecas, mesmo as placas de espessura mais reduzida, e especialmente as cascas, são capazes de suportar cargas extraordinariamente elevadas e atingir uma eficiência resistência/peso muito superior a quaisquer outros tipos de estruturas. Por isso são utilizadas na construção de pontes, coberturas de pavilhões industriais e grandes superfícies, aeronaves, veículos aeroespaciais e muitos outros tipos de equipamentos onde o reduzido peso da estrutura é essencial.

Neste livro são apresentadas as técnicas e os métodos para o estudo e dimensionamento de placas, cascas e reservatórios. É o resultado de alguns milhares de horas de trabalho do autor e da sua experiência de mais de trinta e cinco anos de investigação e ensino de cursos do primeiro ciclo e de pós-graduação na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, nas áreas da mecânica dos sólidos, do projecto de estruturas e desenvolvimento de equipamentos mecânicos.

O livro está escrito de uma forma simples e acessível, apresentando as matérias numa sequência natural, partindo dos conceitos básicos mais rigorosos e evoluindo depois para aproximações simplificativas mais facilmente manuseáveis, sempre que as dificuldades no tratamento analítico das equações resultantes o imponham.

Poderá servir de referência às aulas de cursos mais ou menos avançados de resistência dos materiais e mecânica estrutural das especialidades de engenharia civil, mecânica, química, naval, aeronáutica e aeroespacial. Poderá também servir de apoio a investigadores, técnicos e engenheiros nas suas actividades correntes no âmbito daquelas diferentes especialidades. Tanto quanto é do conhecimento do autor, este é o primeiro livro publicado em língua portuguesa sobre a matéria.

Porto, Junho de 2007

J.F. Silva Gomes

ÍNDICE

Prefácio	<i>vii</i>
Lista dos Símbolos	<i>xvii</i>

Parte I **Introdução à Teoria da Elasticidade**

Capítulo I

Caracterização do Estado de Tensão	3
1.1. Introdução. O Conceito de Tensão	3
1.2. Componentes Cartesianas da Tensão	6
1.3. Tensão para uma Orientação Arbitrária	9
1.4. Equações de Equilíbrio	11
1.5. Simetria da Matriz das Tensões	13
1.6. Leis de Transformação das Tensões	15
1.7. Tensões Principais	21
1.8. Valores Limites da Tensão Normal	25
1.9. Valores Limites da Tensão de Corte	27
1.10. Representação Gráfica de Tensões. Construção de Mohr	29
1.11. Estado Plano de Tensão	33
1.12. Círculo de Mohr Para o Estado Plano de Tensão	36
1.13. Problemas	38
1.14. Bibliografia	41

Capítulo II

Caracterização do Estado de Deformação 43

2.1.	Introdução. Deslocamento e Deformação	43
2.2.	Extensão ou Deformação Linear	45
2.3.	Distorção ou Deformação de Corte	46
2.4.	Matriz e Vector das Deformações	47
2.5.	Deformação Linear Segundo uma Direcção Arbitrária	49
2.6.	Deformação de Corte Segundo duas Direcções Ortogonais	50
2.7.	Leis de Transformação das Deformações	52
2.8.	Deformações Principais	55
2.9.	Deformações Sobre um Plano	56
2.10.	Valores Estacionários das Deformações	60
2.11.	Equações de Compatibilidade	61
2.12.	Representação Gráfica das Deformações	64
2.13.	Estado Plano de Deformação	65
2.14.	Construção de Mohr para o Estado Plano de Deformação	67
2.15.	Problemas	70
2.16.	Bibliografia	73

Capítulo III

Relações Tensões-Deformações 75

3.1.	Introdução	75
3.2.	Lei de Hooke Generalizada	76
3.3.	Lei de Hooke para Materiais Isotrópicos	79
3.4.	Módulo de Rigidez	83
3.5.	Módulo de Compressibilidade	84
3.6.	Módulo de Young e Coeficiente de Poisson	85

3.7.	Relações Entre as Diferentes Constantes Elásticas	86
3.8.	Energia Elástica de Deformação	89
3.9.	Critérios de Resistência	93
3.9.1.	Critério de Ruptura para Materiais Frágeis	93
3.9.2.	Critério de Tresca ou da Tensão de Corte Máxima	94
3.9.3.	Critério de Von-Mises ou da Tensão Octaédrica Máxima	94
3.10.	Formulação Geral dos Problemas da Teoria da Elasticidade	95
3.11.	Princípio da Energia Potencial Mínima	104
3.12.	Princípio de Saint-Venant	105
3.13.	Equações da Elasticidade em Coordenadas Curvilíneas	106
3.13.1.	Coordenadas Cilíndricas	106
3.13.2.	Coordenadas Esféricas	109
3.14.	Problemas	113
3.15.	Bibliografia	116

Parte II
Flexão de Placas Finas

Capítulo IV

Flexão de Placas. Equações Gerais **119**

4.1.	Conceitos Básicos. Hipóteses de Kirchhoff	119
4.2.	Geometria das Superfícies Curvas	121
4.3.	Deslocamentos, Deformações e Tensões	127
4.4.	Esforços Unitários e Lei de Hooke	130
4.5.	Flexão Cilíndrica	133
4.6.	Flexão Pura Biaxial	134

4.7.	Direcções Principais de Flexão	136
4.8.	Flexão com Corte. Equação de Lagrange	138
4.9.	Condições de Fronteira	141
4.10.	Métodos Energéticos	146
4.11.	Problemas	148
4.12.	Bibliografia	150

Capítulo V

Flexão de Placas Circulares 151

5.1.	Introdução. Equações Gerais	151
5.2.	Flexão Simétrica de Placas Circulares	154
5.3.	Placa Encastrada com Carga Uniforme	157
5.4.	Placa Simplesmente Apoiada com Momento no Bordo	160
5.5.	Placa Simplesmente Apoiada com Carga Uniforme	161
5.6.	Placa Circular com Carga Concentrada no Centro	163
5.7.	Placa Circular com Furo Concêntrico	165
5.8.	Placa Circular Assente em Fundação Elástica	171
5.9.	Problemas	174
5.10.	Bibliografia	178

Capítulo VI

Flexão de Placas Rectangulares 179

6.1.	Introdução	179
6.2.	Placa Simplesmente Apoiada com Carga Transversal	179
6.2.1.	Solução para uma Carga Sinusoidal	180
6.2.2.	Solução de Navier	183
6.2.3.	Carga em Área Rectangular e Força Concentrada	185
6.2.4.	Solução de Lévy	187

6.3.	Solicitação por Momentos Flectores nos Bordos	195
6.3.1.	Solicitação Simétrica: $M_1(x) = M_2(x) = M(x)$	197
6.3.2.	Solicitação Antissimétrica: $M_1(x) = -M_2(x) = M(x)$	199
6.3.3.	Solicitação por Momentos Arbitrários	200
6.4.	Placa Encastrada em Dois Lados Opostos	201
6.5.	Método da Viga Equivalente	204
6.6.	Placas Contínuas Simplesmente Apoiadas	206
6.7.	Placas Rectangulares em Fundação Elástica	209
6.8.	Aplicação do Método de Ritz	211
6.9.	Problemas	213
6.10.	Bibliografia	217

Capítulo VII

Teoria Clássica das Placas Laminadas **219**

7.1.	Introdução	219
7.2.	Materiais Isotrópicos	220
7.3.	Materiais Ortotrópicos	222
7.4.	Deslocamentos e Deformações	224
7.5.	Forças e Momentos Resultantes	232
7.6.	Solicitação Uniforme	234
7.7.	Equações de Equilíbrio	235
7.8.	Equações de von-Kármán	240
7.9.	Efeitos Térmicos	243
7.10.	Materiais Piezoelétricos	246
7.11.	Problemas	248
7.12.	Bibliografia	250

Parte III
Cascas e Reservatórios

Capítulo VIII

Introdução à Teoria das Cascas **253**

8.1.	Conceitos Gerais	253
8.2.	Deformações e Curvatura. Lei de Hooke	257
8.3.	Energia de Deformação nas Cascas	265
8.4.	Cascas de Revolução	266
8.4.1.	Geometria das Cascas de Revolução	266
8.4.2.	Equações de Equilíbrio	267
8.4.3.	Deformações e Lei de Hooke	268
8.5.	Problemas	271
8.6.	Bibliografia	271

Capítulo IX

Tensões de Membrana em Cascas e Reservatórios **273**

9.1.	Introdução	273
9.2.	Solicitação Simétrica	273
9.3.	Solicitação Assimétrica	277
9.3.1.	Casca Esférica Sujeita à Acção do Vento	278
9.3.2.	Casca Cónica Sujeita à Acção do Vento	281
9.3.3.	Casca Cilíndrica Sujeita à Acção do Vento	283
9.4.	Cascas Cilíndricas de Secção Arbitrária	284
9.5.	Cascas de Forma Arbitrária	285
9.6.	Limitações da Teoria de Membrana	287
9.7.	Problemas	288
9.8.	Bibliografia	292

Capítulo X

Flexão Simétrica de Cascas de Revolução **293**

10.1.	Equações de Equilíbrio e Lei de Hooke	293
10.2.	Solicitações de Bordo. Equações Gerais	295
10.3.	Solicitações de Bordo em Cascas Cilíndricas	298
10.4.	Solicitações de Bordo em Cascas Esféricas	301
10.4.1.	Introdução	301
10.4.2.	Ângulo de Abertura Amplo ($\phi > 15^\circ$)	302
10.4.3.	Ângulo de Abertura Reduzido ($\phi < 15^\circ$)	307
10.5.	Solicitações de Bordo em Cascas Cónicas	316
10.6.	Problemas	320
10.7.	Bibliografia	323

Capítulo XI

Cascas e Reservatórios Cilíndricos. Teoria Geral **325**

11.1.	Introdução. Equações Gerais	325
11.1.1.	Equações de Equilíbrio nas Forças e Momentos	325
11.1.2.	Geometria da Deformação e Lei de Hooke	327
11.1.3.	Equações de Equilíbrio nos Deslocamentos	330
11.2.	Solicitações Simétricas	333
11.2.1.	Equações de Equilíbrio e Lei de Hooke	333
11.2.2.	Solicitações de Bordo Simétricas. Equações Gerais	337
11.2.3.	Cilindro com Topos Flangeados	340
11.2.4.	Carga Circunferencial Concentrada	342
11.2.5.	Cargas Circulares Múltiplas	345
11.2.6.	Carga Distribuída num Segmento	346
11.2.7.	Anel de Reforço	347
11.2.8.	Momento Concentrado numa Secção	348

11.2.9.	Reservatório Cilíndrico Vertical	350
11.3.	Solicitações Assimétricas de Cascas Cilíndricas	352
11.3.1.	Reservatório Cilíndrico Horizontal	352
11.3.2.	Cascas Cilíndricas Abertas	355
11.4.	Condição de Inextensibilidade da Superfície Média	363
11.5.	Solicitações de Bordo Assimétricas. Equações de Donnell	368
11.5.1.	Deformação Harmónica de uma Casca Cilíndrica	370
11.5.2.	Coeficientes de Bordo	374
11.6.	Solicitações Locais em Cascas Cilíndricas	378
11.6.1.	Método de Bijlaard	379
11.6.2.	Método de Hoff	384
11.7.	Cascas Cilíndricas Laminadas	384
11.8.	Problemas	386
11.9.	Bibliografia	387

Capítulo XII

Ligações entre Cascas de Geometrias Diferentes 389

12.1.	Introdução	389
12.2.	Reservatório Cilíndrico com Fundo Hemisférico	389
12.3.	Reservatório Cilíndrico com Fundo Torisférico	396
12.4.	Reservatório Esférico Assente em Apoio Circular	401
12.4.1.	Apoio Sobre Patins ou Rolos	402
12.4.2.	Apoio Sobre Anel Cilíndrico	412
12.5.	Problemas	417
12.6.	Bibliografia	417

Índice das Matérias	419
---------------------	------------